CAPÍTULO 05 - MOVIMENTO UNIDIMENSIONAL

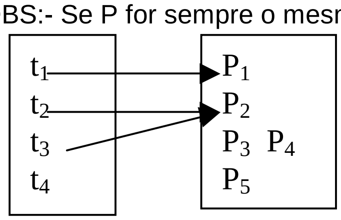
1. CONCEITOS BÁSICOS

1.1 – MOVIMENTO

Movimento é a mudança de posição de um corpo no espaço. Esta mudança de posição poderá ser feita rapidamente ou lentamente. O tempo gasto para se locomover é um fator a considerar na análise do fenômeno movimento. Enfim, estudar o movimento é verificar as posições do espaço ocupadas por um corpo no decorrer do tempo, isto é, encontrar as relações entre as grandezas tempo e espaço.

A relação é especial, ou seja, "existe para cada instante t uma e uma só posição P ocupada pelo corpo". Assim,

OBS:- Se P for sempre o mesmo para todos os t's $\Rightarrow$ o corpo está em <u>repouso</u>.



Se um observador vê um corpo em movimento, qualquer outro observador também o verá?. Em outras palavras, *o movimento é absoluto*? **Não**, o movimento depende de quem o observa.

EXEMPLO 1

Dois passageiros dentro de um trem em movimento acreditam, olhando apenas um para o outro e sem contato com o meio exterior, que estão em repouso. Porém, um observador parado na plataforma da estação vê esses mesmos dois passageiros em movimento juntamente com o trem.

EXEMPLO 2

Os faróis de um automóvel em viagem numa rodovia estão em movimento em relação à rodovia e em repouso em relação ao automóvel.

EXEMPLO 3

Uma ave, em vôo, aproxima-se de um edifício; logo, a ave está em movimento relativamente ao edifício e este em movimento relativamente a ave.

EXEMPLO 4

Um indivíduo viajando num avião, confortavelmente sentado, observa que as nuvens ao seu redor, os prédios, os rios e as árvores lá em baixo - todos estão em movimento em relação a ele e ao avião; portanto, ele está em movimento em relação aos elementos citados e em repouso em relação ao avião.

As idéias de repouso e movimento dependem do observador. Elas são RELATIVAS!

De agora em diante chamaremos de referencial ou ponto de referência a um corpo (ou conjunto de corpos) em relação aos quais analisaremos o movimento.

1.2 - SUBDIVISÕES DA MECÂNICA

Em Física, o estudo geral do movimento é chamado **Mecânica** que, por sua vez, subdivide-se em:

a. CINEMÁTICA:- O estudo do movimento sem considerar as suas causas.

b. DINÂMICA:- O estudo do movimento considerando as suas causas.

c. ESTÁTICA:- O estudo do equilíbrio dos corpos.

Comecemos com a Cinemática que consiste numa análise descritiva apenas. Para isso, usaremos uma *linguagem matemática* (formalismo), isto é, vamos relatar em "outra língua" o que observamos do fenômeno movimento. Esta tarefa é importante, maravilhosa e nos ajuda a descobrir "coisas" não observadas.

Como em toda linguagem o ponto de partida é introduzir "palavras" ou conceitos fundamentais. Vejamos a seguir alguns deles.

1.3 - REFERENCIAL

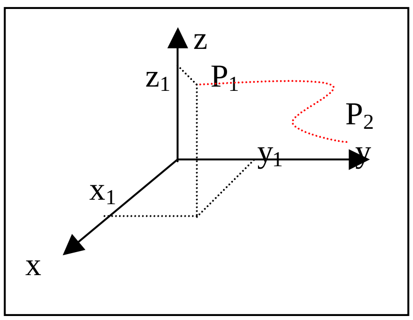
Chamaremos de **Referencial** ou **Ponto de Referência** a um corpo (ou conjunto de corpos) em relação aos quais analisaremos o movimento.

1.4 - PONTO MATERIAL OU PARTÍCULA

Chamaremos de ponto material ou partícula a um corpo cujas dimensões são desprezíveis em relação às demais dimensões envolvidas no problema. Por exemplo, na queda de uma bolinha de vidro de um avião a 7.000 metros de altura, a bolinha pode ser tratada como se fosse um ponto. A Terra (raio 6.400 km) se movimentando ao redor do Sol (distante 150.000.000 km) é considerada um ponto material.

1.5 - LOCALIZAÇÃO DAS POSIÇÕES NO ESPAÇO

Para localizar as posições da partícula no decorrer do tempo precisamos de um sistema de coordenadas. Adotaremos um sistema de eixos cartesianos (x, y, z)



OBSERVAÇÕES

1. Poderíamos ter escolhido coordenadas cilíndricas ou esféricas.

O espaço é Euclidiano (vale a Geometria de Euclides) e o tempo é ABSOLUTO

1.6 - TRAJETÓRIA

A partícula ao se deslocar de uma posição P_1 para outra posição P_2 ocupa uma série de posições intermediárias. O conjunto de posições ocupadas por uma partícula durante o seu movimento é chamada *trajetória* (outra palavra!).

A trajetória depende do referencial?

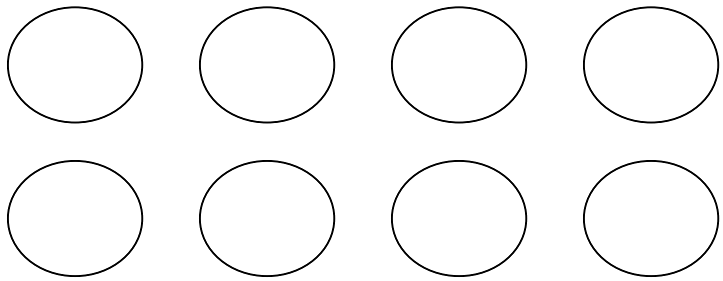
A resposta é SIM.

Vejamos isto através de um exemplo.

EXEMPLO

Uma formiga caminha sobre o prato de um toca disco (ver Figura 03), que está em rotação, afastando-se do seu centro. Uma pessoa observa a formiga e vê a sua trajetória na forma ESPIRAL.

Uma pessoa presa no prato (rodando junto com ele) vê a formiga descrever uma trajetória em LINHA RETA.

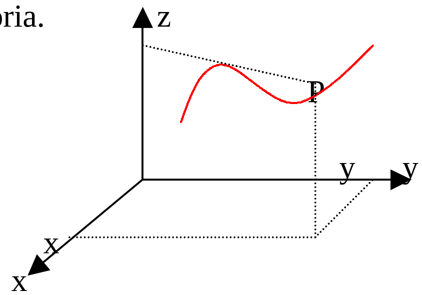


CONCLUSÃO:- A trajetória depende do referencial escolhido para analisarmos o movimento.

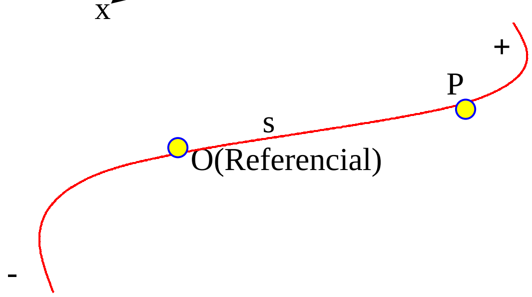
1.7 - ESPAÇO

Considere uma partícula em movimento em relação a um determinado referencial (sistema cartesiano x, y, z).

Além de localizarmos a posição P da partícula, em cada instante t, através de suas coordenadas (x, y, z) como mostra a Figura 04, podemos, também, localizá-la <u>diretamente</u> na trajetória.



Para isso adotamos o seguinte procedimento:
a. Escolhemos um ponto qualquer sobre a trajetória como *origem* (Referencial).
b. Este ponto divide a trajetória em 2 partes: uma escolhida como positiva e a outra como negativa
c. Chamamos **"*espaço S*"** (outra palavra!) da partícula à distância da sua posição a origem medida ao longo da trajetória. Esta grandeza indica a posição da partícula sobre a trajetória

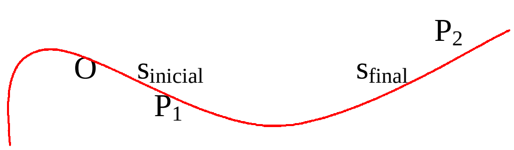


OBS:- O espaço assume valores algébricos positivos e negativos.

1.8 DESLOCAMENTO E DISTÂNCIA PERCORRIDA

Durante um intervalo de tempo $\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$, a partícula em movimento sofre um *<u>deslocamento</u>*

$$\Delta S = S_{final} - S_{inicial}.$$



OBS:- A letra grega Δ indica variação ou intervalo.

O deslocamento pode ser positivo ou negativo.

Chama-se *distância percorrida* à soma dos valores absolutos dos deslocamentos parciais.

Os valores do espaço não indicam as distâncias percorridas. Por exemplo, um carro num posto de gasolina do km 384 da rodovia W. Luís, não significa que tenha, necessariamente, percorrido 384 km.

1.9 - FUNÇÃO HORÁRIA

As posições ocupadas por um ponto material em movimento sobre a trajetória é uma função do tempo. Assim,

S = f(t).......função horária das posições

EXEMPLO 1

Um móvel percorre uma trajetória retilínea cuja função horária das posições é

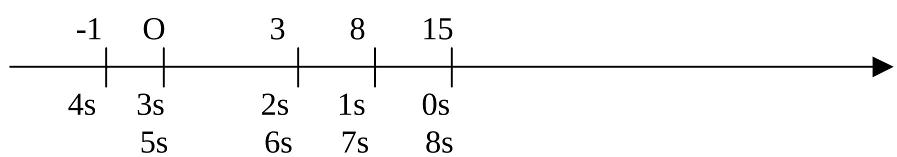
$S = t^2 - 8t + 15$ S: em metros e t: em segundos

Pede-se:
a. Localizar a partícula em cada segundo desde o instante t=0 até o instante t = 8s
b. Construa o gráfico da função horária da posição.
c. Determinar os deslocamentos nos intervalos de 0 a 3s e de 0 a 8s.
d. Os instantes em que a partícula passa pela origem.

SOLUÇÃO

a.

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
S(m)	15	8	3	0	-1	0	3	8	15



OBS:- Quando a partícula se movimenta ao contrário do sentido do eixo, o movimento é dito RETRÓGRADO.
Se o movimento for no mesmo sentido do eixo, ele é dito PROGRESSIVO

b

DIAGRAMA HORÁRIO

c. $\Delta S = S_3 - S_0 = 0 - 15 = -15m$

$\Delta S = S_8 - S_0 = 15 - 15 = 0$

d. Em 3s e 5s

EXEMPLO 2

Um móvel percorre uma trajetória retilínea cuja função horária das posições é:

$S = 2t - 5$ S: em metros
t: em segundos

Pede-se:
a. Localizar a partícula em cada segundo desde o instante t = 0 até o instante t = 6s

b. Construa o gráfico da função horária das posições (*diagrama horário*).
c. Determinar o deslocamento entre 0 e 6s.
d. O instante em que a partícula passa pela origem.
e. Em quais trechos o movimento é:
i. progressivo ii. retrógrado
f. Determinar a INCLINAÇÃO do gráfico.

EXEMPLO 3.

Um móvel percorre uma trajetória RETILÍNEA cuja função horária das posições é
$S = 5 \cos (2\pi/T)t$ S: em metros e t: em segundos
onde T (chamado período) é o tempo necessário para o corpo voltar à posição inicial.
Pede-se:
a. Localizar a partícula em $t_0 = 0$, $t_1 = (1/4)T$, $t_2 = (1/2)T$, $t_3 = (3/4)T$, $t_4 = T$.
b. Construa o gráfico da função horária das posições (diagrama HORÁRIO)
c. Determinar o deslocamento entre t = 0 e t = T.
d. Os instantes em que a partícula passa pela origem.
e. Em que trechos o movimento é:
i. progressivo ii. retrógrado

QUESTÕES

1. O estudo do movimento implica em encontrar a relação entre duas grandezas. Quais são elas?
2. O movimento é relativo?
3. Conceitue ponto material ou partícula.
4. A localização de um ponto no espaço é feita somente pelas coordenadas cartesianas?
5. Defina trajetória. Ela depende do referencial? Dê exemplos para a sua resposta.
6. O que você entende por função horária?
7. No fenômeno movimento, a grandeza velocidade caracteriza qual propriedade?
8. Você se lembra de algum fenômeno em que a Terra esteja envolvida e no qual ela não possa ser tratada como uma partícula?

EXERCÍCIOS

1. Que tipo de trajetória descreve um ponto da periferia de uma roda de bicicleta, em relação:
a. Ao ciclista?
b. A um observador parado no solo?

2. Sobre o chão de um elevador coloca-se um trenzinho de brinquedo, em movimento circular. O elevador sobe com velocidade constante. Que tipo de trajetória descreve o trenzinho, em relação:
a. Ao elevador?
b. Ao solo?

3. Uma pessoa, na janela de um ônibus em movimento, solta uma pedra, que cai em direção ao solo.
a. Para esta pessoa, qual é a trajetória que a pedra descreve ao cair?
b. Para uma pessoa parada sobre o solo, em frente à janela, como seria a trajetória da pedra?

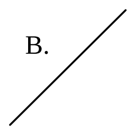
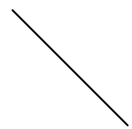
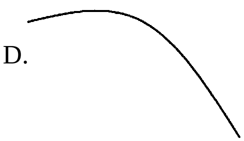
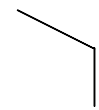
4. Considere um ponto na superfície da Terra. Podemos afirmar que:
a. o ponto descreve uma trajetória circular.
b. o ponto está em repouso.
c. o ponto descreve uma trajetória elíptica.
d. o ponto descreve uma trajetória parabólica.
e. a trajetória descrita depende do referencial adotado.

5. Uma pessoa está sobre um dos degraus de uma escada rolante que está funcionando. Após analisar as seguintes afirmações, assinale a alternativa correta:

I. A pessoa está em movimento em relação à escada.
II. A escada está em repouso em relação à pessoa.
III.A escada está em movimento.

a. I é verdadeira b. II é verdadeira
c. I e II são verdadeiras d. II e III são verdadeiras
e. I, II e III são verdadeiras.

6.Um avião está em movimento em relação à Terra, com velocidade constante numa trajetória retilínea e deixa cair um objeto. Desprezando a resistência do ar, para um referencial fixo no avião a trajetória do objeto será

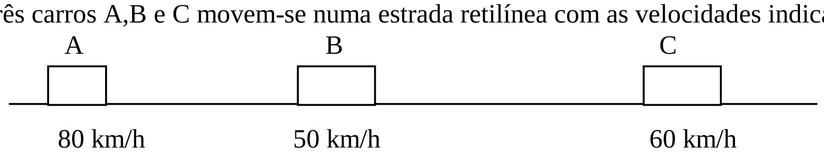
A. B.  C.  D.  E. 

7. Em relação ao exercício anterior, a trajetória do objeto em relação a um observador, fixo na Terra, é
a. b. c. d. e.

8. Dois carros A e B deslocam-se em uma estrada plana e reta, ambos no mesmo sentido. O carro A desenvolve 60 km/h e o carro B, um pouco mais a frente, desenvolve também 60 km/h.
a. A distância entre A e B está variando?
b. Para um observador em A, o carro B está parado ou em movimento?

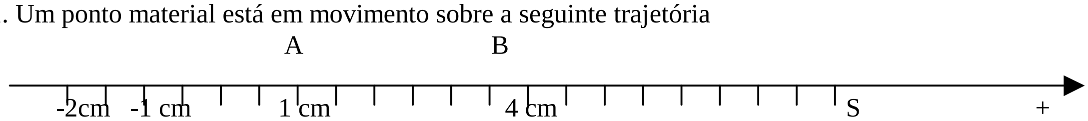
9. Um ônibus corre por uma estrada a 100 km/h. A respeito de uma árvore situada à beira da estrada, um passageiro do ônibus faz o seguinte raciocínio correto:
a. a árvore se acha em repouso em relação ao ônibus.
b. a árvore se move em relação ao ônibus, mas este se acha em repouso em relação a ela.
c. a árvore se move em relação ao ônibus com a mesma velocidade vetorial deste.
d. a árvore se move em relação ao ônibus a 100 km/h.
e. a árvore se move em relação ao ônibus a 200 km/h.

10. Três carros A,B e C movem-se numa estrada retilínea com as velocidades indicadas na figura



Em relação ao carro:
a. C, A se afasta com velocidade de 20 km/h.
b. A,B e C se afastam com velocidades de 20 km/h e 30 km/h.
c. C, a distância entre B e C não se altera.
d. B, A se aproxima com velocidade de 30 km/h.
e. B, C se aproxima com velocidade de 10 km/h.

11. Um ponto material está em movimento sobre a seguinte trajetória



Sabendo-se que o móvel partiu do ponto A no instante t = 0 e atingiu o ponto B no instante t = 1 s e em seguida foi até o ponto C, atingindo-o no instante t = 2 s, determine:
a. os espaços respectivos aos instantes t = 0, t = 1s, t = 2s.
b. o deslocamento escalar entre os instantes t = 0 e t = 1s.
c. o deslocamento escalar entre t = 1s e t = 2s.
d. o deslocamento escalar entre t = 0 e t = 2s.
e. A distância percorrida entre os instantes t = 0 e t = 2s.

12. Assinale a alternativa que contém uma afirmação falsa:
a. Quando ocorre inversão no sentido do movimento, a distância percorrida é maior que o deslocamento escalar no mesmo intervalo de tempo.
b. A distância percorrida pode ser igual ao deslocamento escalar.
c. O deslocamento pode ter valores negativos.
d. Se o móvel realmente andou, o deslocamento não pode ser nulo.
e. A distância percorrida não pode ter valores negativos.

13.

t(s)	0	1	2	3	4	5
S(m)	-1	-2	-3	0	1	2

Determine:
a. a posição inicial.
b. O deslocamento escalar e a distância percorrida entre t = 0 e t = 5s.

14. Os espaços de um móvel variam com o tempo de acordo com a tabela:

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7
S(m)	-4	-3	0	5	12	21	32	45

Determine:
a. O espaço inicial S_0.
b. Os espaços do móvel nos instantes 1s e 6s.
c. O deslocamento entre os instantes 3s e 7s.

15. A função horária das posições de um móvel é
$S = -20 + 10t$ S: em metros
t: em segundos
Determine:
a. O espaço inicial S_0.
b. Os espaços do móvel nos instantes 1s e 4s.
c. O deslocamento entre os instantes 1s e 4s.
d. O instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

16. A função horária das posições de um móvel é
$S = 8 - 6t + t^2$ S: em metros
t: em segundos
Pede-se:
a. O espaço inicial.
b. Localizar a partícula em cada segundo desde t = 0 até t = 8s.
c. Construa o diagrama horário.
d. Encontre o deslocamento entre 2s e 7s.
e. Os instantes em que a partícula passa pela origem dos espaços.

1.10 - VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA

Ao se deslocar ao longo da trajetória a partícula poderá ir rápido ou devagar. Precisamos de uma grandeza que represente a rapidez com que a partícula se move. Essa grandeza é a *velocidade* (outra palavra!)

Seja uma trajetória retilínea como mostra a figura 09

Entre os instantes t_0 e t, isto é, no intervalo de tempo $\Delta t = t - t_0$, a partícula sofreu um deslocamento $\Delta S = S - S_0$. Chama-se *velocidade escalar média* v_M à razão

$$v_M \equiv \Delta S/\Delta t$$

Sendo Δt sempre positivo , concluímos que:

$$S > 0 \rightarrow v_M > 0$$
$$S < 0 \rightarrow v_M < 0$$
$$S = 0 \rightarrow v_M = 0$$

UNIDADES DE VELOCIDADES

As principais unidades de velocidade são:

S.I : m/s C.G.S.: cm/s outras: km/h; m/min; km/s; m.p.h.

EXEMPLO 1

Quanto vale no S.I. a velocidade de 72 km/h?

SOLUÇÃO

$$v = 72 \text{ km/h} = (72000/3600) \text{ m/s} = (72.10^3/3,6.10^3) \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{km/h} \underset{\times 3,6}{\overset{\div 3,6}{\rightleftarrows}} \text{m/s}$$

EXEMPLO 2

Uma partícula percorre a metade de um percurso com velocidade escalar média de 40 m/s e a outra metade com a de 10 m/s. Qual é a velocidade escalar média da partícula no percurso inteiro?

SOLUÇÃO

1ª metade	2ª metade
$\Delta S_1 = x$	$\Delta S_2 = x$
$v_{M1} = 40$ m/s	$v_{M2} = 10$ m/s

Determinação de $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$:

$\Delta t_1 = (\Delta S_1/v_{M,1}) = x/v_{m,1} = x/40$ $\quad$ $\Delta t_2 = (\Delta S_2/v_{m,2}) = x/v_{m,2} = x/10$

$$\Delta t = x/40 + x/10 = x(1/40 + 1/10) = x(\ 5/40) = (1/8)$$

$$v_M = (\ \Delta S_1 + \Delta S_2)/\Delta t = 2x/x(1/8) = 16 \qquad v_M = 16 \text{ m/s}$$

OBS:- Não se pode usar $v_M = (v_{M,1} + v_{M,2})/2$, pois seria $v_M = (40 + 10)/2 = 25$ m/s.

A velocidade é a média ponderada $v_M = (v_{M,1}.\Delta t_1 + v_{M,2}.\Delta t_2)/\Delta t$

EXEMPLO 3

A função horária do espaço de um móvel é

$S = 5 + 4\,t^2$ S: em metros

t: em segundos

Determine a velocidade escalar média entre os instantes $t_1 = 1s$ e $t_2 = 3s$.

SOLUÇÃO

Em t_1 = 1s.......S_1 = 5 + 4.12 = 9 m
Em t_2 = 3s.......S_2 = 5 + 4.32 = 5 + 4.9 = 41 m

$\Delta S = S_2 - S_1 = 41 - 9 = 32$ m $\Delta S = 32$ m
$\Delta t = t_2 - t_1 = 3 - 1 = 2$ s $\Delta t = 2$ s

A velocidade escalar média é dada por

$$v_M = (\Delta S/\Delta t) = (32/2) = 16 \text{ m/s}$$

1.11 VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA

Quando se considera um intervalo de tempoΔt infinitamente pequeno, isto é, Δt tendendo a zero ($\Delta t \to 0$), a velocidade escalar média passa a ser chamada de VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA v, que é o valor da velocidade num determinado instante. Matematicamente escrevemos assim,

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} v_M = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta S/\Delta t = dS/dt$$

O limite de ($\Delta S/\Delta t$) quando Δt tende a ZERO recebe o nome de DERIVADA do espaço em relação ao tempo.

A leitura do velocímetro do automóvel fornece a velocidade instantânea, dando o valor da velocidade no instante da realização da leitura.

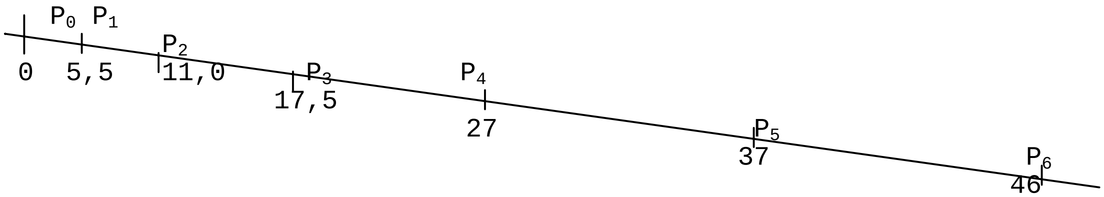
EXEMPLO 1

Um carrinho desce uma rampa como mostra a figura I. Durante o movimento são tiradas fotos estroboscópicas com um intervalo de tempo de 0,5s entre duas fotos sucessivas. Deseja-se calcular a velocidade no ponto P_0, assinalado na figura, que dista 64 cm do final da rampa.

Sabe-se que o carrinho leva 4,0s para ir de P_0 ao final da rampa e foram tiradas 8 fotografias neste trecho como mostra a figura II

SOLUÇÃO

Partindo de P_0 vamos obter as velocidades médias do carrinho para vários intervalos de tempo, começando com intervalos grandes e diminuindo progressivamente. Como foram tiradas 8 fotos, vamos mostrar o cálculo de <v> entre P_0 e P_8.



intervalo	Δt	ΔS	<v>
P0 a P8	4,0	64,0	16,0
P0 a P7	3,5	55,0	15,7
P0 a P6	3,0	46,0	15,3
P0 a P5	2,5	37,0	14,8
P0 a P4	2,0	27,0	13,5
P0 a P3	1,5	17,5	11,7
P0 a P2	1,0	11,0	11,0
P0 a P1	0,5	5,5	11,0

Observando o resultado notamos que à medida que o intervalo decresce, o deslocamento também decresce, variando a <v>. No entanto, para t muito curtos, o valor da <v> NÃO muda mais. Essa é por definição, a VELOCIDADE ESCALAR INSTANTÂNEA do carrinho em P.

EXEMPLO 2

Uma partícula executa um movimento cuja função horária do espaço é

$S = 4\,t^2$ S: em metros
t: em segundos

Determine a velocidade escalar instantânea.

SOLUÇÃO

No instante t a partícula tem o espaço S.

No instante t + Δt a partícula tem o espaço S + ΔS, dado por:

$S + \Delta S = 4(t + \Delta t)^2 = 4(t^2 + 2\,t\,\Delta t + \Delta t^2) = 4\,t^2 + 8\,t\,\Delta t + \Delta t^2$ ou

$\Delta S = (4\,t^2 + 8\,t\,\Delta t + \Delta t^2) - S$

$\Delta S = (4\,t^2 + 8\,t\,\Delta t + \Delta t^2) - 4\,t^2$

$S = 8\,t\,\Delta t + \Delta t^2$

Agora

$v_M = (\Delta S/\Delta t) = (8t\,\Delta t + \Delta t^2)/\Delta t = 8\,t + \Delta t$

$$v = \lim_{t\to 0} v_M = \lim_{t\to 0} (8t + \Delta t) = 8\,t \quad \therefore \quad v = 8\,t$$

REGRA:- se $S = m\,t^n$ $\frac{ds}{dt} = m.n\,t^{n-1}$

EXEMPLO 3

Encontre a velocidade escalar instantânea de uma partícula que executa movimentos com as seguintes funções horárias da posição:

a. S = constante
b. $S = 6 + 4t + 3t^2$ S: em metros
c. $S = 8 + 10t$ t: em segundos
d. $S = 4\,t^3$

SOLUÇÃO

a. S = constante a partícula está parada v = 0

outra maneira $\Delta S = 0 \Rightarrow v_M = 0 \Rightarrow v = ds/dt = \lim 0 = 0$

Conclusão: A derivada de uma constante é zero!!!!.

b. $S = 6 + 4t + 3t^2$

$S + \Delta S = 6 + 4(t + t) + 3(t + \Delta t)^2$

$= 6 + 4t + 4\,\Delta t + 3(t^2 + 2t\,\Delta t + \Delta t^2)$

$= 6 + 4t + 4\,\Delta t + 3t^2 + 6t\,\Delta t + 3\,\Delta t^2$

$\Delta S = (6 + 4t + 4\,\Delta t + 3t^2 + 6t\,\Delta t + 3\,\Delta t^2) - (6 + 4t + 3t^2) = 4\,\Delta t + 6t\,\Delta t + 3\,\Delta t^2$

$v_M = \Delta S/\Delta t = 4 + 6t + 3\,\Delta t$

$$v = \lim_{t\to 0} v_M = 4 + 6t = \frac{ds}{dt} \Rightarrow v = 4 + 6t$$

Função horária da velocidade

Outra maneira : Usando a regra para cada fator temos

$S = 6 + 4t + 3t^2$

$dS/dt = 0 + 4 + 6t = 4 + 6t = v$

Conclusão : A derivada da soma é a soma das derivadas!!!!.

c. $S = 8 + 10t = 8 + 10\ t^1$
$v = dS/dt = 0 + 10.1.t^0 = 10.t$

d. $S = 4\ t^3$
$v = dS/dt = 4.3.t^2 = 12\ t^2 \Rightarrow v = 12\ t^2$

EXEMPLO 4

Uma partícula está animada de um movimento cuja função horária das posições, em unidades do S.I., é dada por

$$S = t^2 + 2\ t + 2$$

Pede-se:
a. Qual a velocidade escalar no instante 3s?
b. Determinar o diagrama horário dos espaços.
c. Determinar a inclinação da reta tangente ao diagrama horário no instante 3s.
d. Determinar a velocidade escalar média entre os instantes 3s e 5s.
e. Determinar a inclinação da reta que liga S_3 e S_5. (corda)

EXEMPLO 5

A função horária das posições de um móvel é

$$S = 6 - 9t + 3t^2$$

Determine:
a. para que valores de t o movimento é retrogrado
b. para que valores de t o movimento é progressivo
c. em que instante a velocidade escalar se anula.

EXERCÍCIOS

1. Um ônibus percorre um trajeto de 30 km em 40 minutos. Qual a velocidade escalar média do ônibus? Resp:- 45 km/h

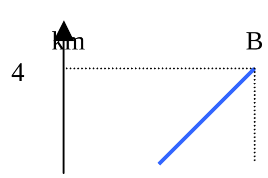
2. A função horária das posições de um móvel é
$S = 1 + t^3$ S : em metros
t : em segundos
Determine a velocidade escalar média entre os instantes t = 1s e t = 3s. Resp:- $v_M = 13$ m/s

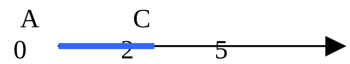
3. Um automóvel percorre um trajeto de 60 km, com velocidade escalar média de 10 m/s. Qual o intervalo de tempo decorrido? Resp:- $\Delta t = 100$ minutos

4. A distância, por estrada de rodagem, entre Cuiabá e Salvador é de 3400,8 km. Um ônibus demora dois dias e quatro horas desde a sua saída de Cuiabá e chegada a Salvador, incluindo dez horas de paradas para refeições, abastecimentos, etc. Qual a velocidade escalar média desse ônibus, durante os dois dias e quatro horas de viagem? Resp:- $v_M = 65,4$ km/h.

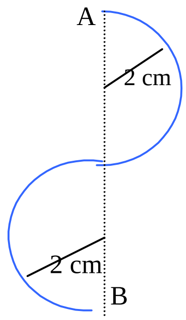
5. Um automóvel vai de uma cidade A para outra cidade B, distantes 100 km, em 2 horas. A seguir desloca-se da cidade B para outra cidade C; distantes 140 km, em 3 horas. Calcule a velocidade escalar média do automóvel no percurso de A a C. Resp: $v_M = 48$ km/h

6. Em 6 minutos um móvel descreveu a trajetória da Figura 10. Qual foi a sua velocidade escalar média entre os pontos A e B? Resp:- 70 km/h





7. Em 2,0 segundos, sobre uma superfície plana, um móvel descreveu a trajetória desenhada na Figura. Qual foi a sua velocidade escalar média entre os pontos A e B? Resp:- $v_M = 2\pi$ cm/s ou 6,3 cm/s



8. Um motorista leva 1,0 s para ver um acidente na estrada e aciona os freios. Quantos metros ele anda durante esse tempo a 80 km/h? Resp: 22,2 m

9. Um avião supersônico desenvolve velocidades maiores que a do som no ar, que é de 340 m/s. Obtenha essa velocidade em km/h. Resp: 1224 km/h

10. Um automóvel a 100 km/h pode ultrapassar outro cuja velocidade é de 25 m/s?

11. Diante de uma agência do INSS há uma fila de aproximadamente 100 metros de comprimento, ao longo da qual se distribuem de maneira uniforme 200 pessoas. Aberta a porta, as pessoas entram, durante 30 s, com uma velocidade constante de 1m/s. Avalie:

a. O número de pessoas que entram na agência.
b. O comprimento da fila que restou do lado de fora.

12 É dada a função horária das posições de um móvel:

$S = 8 - 3t + 6t^2$ S: em metros
t: em segundos

Determine:

a. A função horária da velocidade.
b. A velocidade escalar no instante 3s.
c. O instante no qual a velocidade escalar é nula.

Resp:- a. $v = -3 + 12t$ b. $v = 33$ m/s c. $t = 0,25$s

13. .Determine as funções horárias da velocidade nos movimentos cujas funções horárias das posições são:

a. $S = 5t^3 + 2t^2 + t + 1$
b. $S = 2t^2 - 5t + 4$
c. $S = 7 + 4t$

II. Em que instante a velocidade se anula para cada movimento.
III. Fazer os diagramas horários.

2. MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (M.R.U.)

Tanto em movimentos retilíneos como em movimentos curvilíneos, um móvel pode manter sua velocidade escalar constante durante o movimento. Quando isto acontece dizemos que o móvel está com *movimento uniforme*.

Neste caso a velocidade escalar instantânea v é sempre igual à velocidade escalar média vM.

M.U. $\Rightarrow$ $v = v_M = (\Delta S/\Delta t) = \text{CONSTANTE} \neq 0$ ......para qualquer forma de trajetória

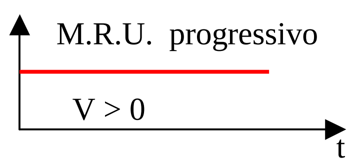
Para simplificar a nossa vida vamos estudar, neste capítulo, apenas movimentos em trajetórias retilíneas, isto é, movimento unidimensional.

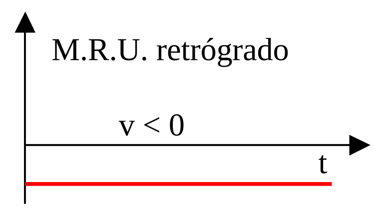
No M.R.U. a função horária da "velocidade" é
:

$$\boxed{v = \text{constante}}$$

Esta função dá a velocidade da partícula em qualquer instante!!!

O gráfico v x t ,neste caso,





Agora,

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S - S_0}{t - t_0}$$ onde S é o espaço correspondente ao instante t e S_0 é o espaço inicial correspondente ao instante t_0.

$$S - S_0 = v\,(t - t_0)$$

$$\boxed{S = S_0 + v(t - t_0) \quad \text{função horária das posições no M.R.U.}}$$

OBSERVAÇÃO: Essa é uma função do 1º grau ou linear do tipo y = ax + b

EXEMPLO 1

Uma partícula se move de acordo com a função horária S = 5 + 2t. (S.I.)

Pede-se:

a. Qual o espaço inicial?

b. Qual a velocidade?

c. Construa o diagrama horário s x t.

d. Construa o diagrama da velocidade

e. O móvel se afasta ou se aproxima da origem?

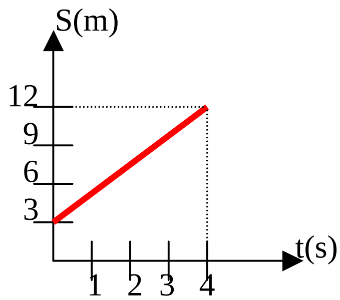
SOLUÇÃO

a. $S = S_0 + v\,(t - t_0)$.....função horária das posições

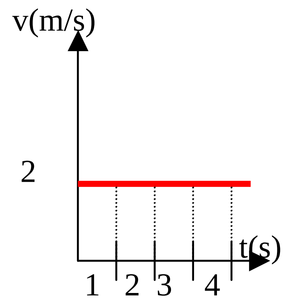
$S = 5 + 2.t \Rightarrow$ M.R.U. e $S_0 = 5$m

b. v = 2 m/s $t_0 = 0$ (apertamos o cronômetro quando ela passa por S_0).

c.	t(s)	0	1	2	3	4	d.	t(s)	0	1	2	3	4
	S(m)	5	7	9	11	13		v(m/s)	2	2	2	2	2



OBS:- Gráfico retilíneo não quer dizer trajetória

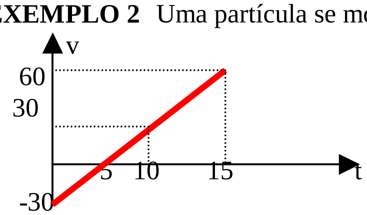


e. O móvel se afasta da origem.

EXERCÍCIO

Uma partícula se move de acordo com a equação horária S = 2 - 5t. Responda os quesitos do problema anterior.

EXEMPLO 2 Uma partícula se movimenta de acordo com o diagrama S x t da Figura. Pede-se:



a. O espaço inicial
b. O instante em que o móvel passa pela origem
c. A velocidade escalar da partícula.
d. A função horária das posições da partícula.

SOLUÇÃO

O movimento é uniforme pois o gráfico S x t é uma reta (função do 1º grau)

a. O espaço inicial S_0 corresponde à posição em que t = 0
$S_0 = -30m$

b. Quando o móvel passa pela origem S = 0
S = 0 t = 5s

c. A velocidade escalar é a inclinação do gráfico, pois no M.R.U. temos $\Delta s \propto \Delta t$ e a constante de proporcionalidade é a velocidade.

$v = (\Delta S/\Delta t) \Rightarrow (30 - 0)/(10 - 5) = 30/5 = 6\ m/s$

d. A função horária da posição do M.R.U. é
$S = S_0 + v(t - t_0)$ ...... $S = -30 + 6(t - t_0)$

O instante t_0 corresponde a $S_0 = -30m$ e o gráfico mostra que é $t_0 = 0$

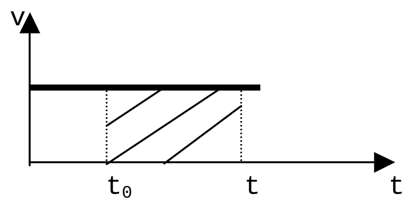
$\boxed{S = -30 + 6t}$

Como vimos no M.R.U., a velocidade escalar de um móvel mantém-se constante com o decorrer do tempo. O gráfico v x t é

Sejam os instantes t_0 (inicial) e t(arbitrário). Entre t_0 e t o móvel sofrerá um deslocamento $\Delta S = S - S_0 = v(t - t_0)$.

A área hachuriada no gráfico

é



ÁREA do RETÂNGULO = v . (t -t_0)

CONCLUSÃO: Uma forma prática de se encontrar o *deslocamento* no diagrama v x t é encontrar a área entre os instantes correspondentes e o gráfico. Se a área estiver abaixo do eixo dos tempos, é considerada "negativa".

OBSERVAÇÃO : Isto pode ser feito sempre. Em qualquer movimento a área no diagrama v x t representa o deslocamento. Quando o gráfico é complicado usamos a técnica de INTEGRAÇÃO para calcular a área.

EXERCÍCIOS

1. A equação horária das posições ocupadas por um móvel é S = 8 - 2t, para S e t em unidades SI.
a. Determine o espaço inicial e a velocidade escalar do movimento.
b. Classifique o movimento em progressivo e retrógrado.
c. Qual o espaço do móvel no instante t = 3s?
d. Em que instante o móvel passa pela origem dos espaços?
e. O que se pode dizer a respeito da trajetória do móvel?

2. Um móvel realiza movimento uniforme. Sabe-se que no instante t = 0, o espaço do móvel é -10m. Escreva a equação horária do espaço, sabendo que a velocidade escalar tem o valor absoluto 15 m/s. Considerar os casos:
a. o movimento é progressivo.
b. o movimento é retrógrado.

3. Um móvel em movimento uniforme possui espaço de S_1 = 12m no instante3 t_1 = 2,0s e espaço S_2 = 21m no instante t_2 = 5,0s. Qual a equação horária do espaço do móvel?

4. Dois móveis A e B percorrem a mesma trajetória e seus espaços são medidos a partir da mesma origem escolhida na trajetória. Suas equações horárias são: S_A = 10 + 60t e S_B = 80 - 10t, para t em horas e S_A e S_B em quilômetros. Determine o instante e a posição de encontro.

5. A Figura 17 representa as posições de dois móveis A e B no instante t = 0. Os móveis A e B possuem movimentos uniformes cujas velocidades têm valores absolutos 15 m/s e 10 m/s, respectivamente. Depois de quanto tempo A alcança B?

6. A Figura 18 representa as posições de dois móveis A e B no instante t = 0. Os móveis A e B possuem movimentos uniformes cujas velocidades têm valores absolutos 15 m/s e 10 m/s, respectivamente. Depois de quanto tempo A e B vão se encontrar?

7. Um trem de 200 m de comprimento, com velocidade escalar constante de 72 km/h, atravessa um túnel de comprimento de 300 m. Quanto tempo demora a travessia?

8. Um indivíduo dispara um projétil com velocidade de 200 m/s sobre um alvo. Ele ouve o impacto do projétil no alvo, 2,7s depois do disparo. Sabendo-se que a velocidade do som no ar é 340 m/s, qual a distância do indivíduo ao alvo?

9. Dois móveis A e B percorrem a mesma trajetória e seus espaços, medidos a partir da mesma origem, variam com o tempo segundo os diagramas abaixo:

a. Classifique os movimentos de A e B em progressivo ou retrógrado.

b. Determine através do gráfico o instante e a posição do encontro.

10. A distância da Terra ao Sol é de, aproximadamente, $1{,}44 \cdot 10^8$ km, e a velocidade de propagação da luz no vácuo é 300.000 km/s. Um astrônomo observa com seu telescópio uma explosão solar. No momento em que a observação é feita, o fenômeno no Sol:
a. está ocorrendo no mesmo instante.
b. já ocorreu há 16 segundos.
c. já ocorreu há 8 segundos.
d. já ocorreu há 16 minutos
e. já ocorreu há 8 minutos.

11. A luz propaga-se no vácuo com velocidade próxima de $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s. O percurso da luz no vácuo, em um ano, é chamado ano-luz. Um ano-luz é próximo de:

a. 10^{11}m b 10^{13}m c. 10^{16}m d. 10^8m e. 10^{20}m.

3. MOVIMENTO RETILÍNEO VARIADO

3.1 - ACELERAÇÃO ESCALAR MÉDIA

Na maioria dos movimentos a velocidade não é constante. Neste caso precisamos de uma grandeza que nos informe quanto a velocidade variou durante o tempo em que a partícula se movimentou. Ou melhor, uma grandeza que indique a rapidez com que a velocidade varia. Esta grandeza é a *aceleração* (outra palavra!).

Num intervalo de tempo Δt (= $t - t_0$), com uma variação de velocidade escalar Δv (= $v - v_0$), define-se *aceleração escalar média* a_m pela relação:

$$\boxed{a_M \equiv \Delta v/\Delta t = (v - v_0)/(t - t_0).}$$

3.2 - ACELERAÇÃO ESCALAR INSTANTÂNEA

Quando o intervalo de tempo considerado é infinitamente pequeno, $\Delta t \to 0$, a aceleração escalar média passa a ser chamada *aceleração escalar instantânea* a, que é o valor da aceleração num determinado instante. Matematicamente, escrevemos:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} a_M = \lim_{\Delta t \to 0} (\Delta v/\Delta t) = dv/dt$$

3.3 - UNIDADES DE ACELERAÇÃO

As principais unidades de aceleração são:

S.I.....m/s^2 C.G.S.....cm/s^2 outras: km/h^2 ; km/s^2 ,etc.

EXEMPLO 1

Qual a aceleração de um móvel que em 5,0 s altera a sua velocidade escalar de 3 m/s para 13 m/s?

SOLUÇÃO

$a_M = \Delta v/\Delta t = (v_f - v_i)/\Delta t = (13 - 3)/5 = 2\ m/s^2$.

Este resultado indica que a cada segundo que passa, a velocidade escalar aumenta de 2 m/s, em média.

EXEMPLO 2

Partindo do repouso, um avião percorre a pista com aceleração constante e atinge a velocidade de 360 km/h em 25 s. Qual o valor da aceleração no S.I.?

SOLUÇÃO

$t_0 = 0$........$v_0 = 0$

$t = 25s$.......$v = 360\ km/h = (360/3,6) m/s = 100\ m/s$

$\Delta v = v - v_0 = 100 - 0 = 100\ m/s$

$\Delta t = t - t_0 = 25 - 0 = 25\ s.$

$a = a_M = \Delta v/\Delta t = 100/25 = 4\ m/s^2 \Rightarrow a = 4\ m/s^2$.

EXEMPLO 3

É dada a função horária das posições:

$S = 2 + 4t - 2t^2 + 3t^3$.........S.I.

Determine:

a. A função horária da velocidade.

b. A função horária da aceleração.

SOLUÇÃO

a. $v = dS/dt = 0 + 4.1.t^0 - 2.2.t^1 + 3.3.t^2 = 4 - 4t + 9t^2$.

b. $a = dv/dt = 0 - 4.1.t^0 + 9.2.t^1 = -4 + 18\ t$

EXERCÍCIOS

1. Determine as funções horárias da velocidade e da aceleração nos casos indicados abaixo:

a. $S = t^3 + 3t^2 + 4$

b. $S = 1 + 2t + t^2$

c. $S = 10 + 20t$

2. Uma partícula está animada de um movimento cuja função horária da velocidade é dada por $v = 5 - 4t^2$ (S.I.)

Pede-se:

a. Qual a sua aceleração escalar no instante 1s?

b. Fazer o diagrama horário da velocidade.

c. Determinar a inclinação da reta tangente ao diagrama no instante t = 1s.

d. Determinar a aceleração escalar média entre 1s e 3s.

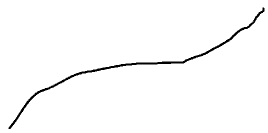
e. Determinar a inclinação da reta que liga v_1 e v_3 (corda).

3.4 - MOVIMENTO ACELERADO E RETARDADO

A aceleração escalar, de acordo com o sentido de orientação da trajetória, também pode ser positiva, nula ou negativa.

$a > 0 \Rightarrow$ o valor algébrico da velocidade escalar aumenta com o decorrer do tempo
$a = 0 \Rightarrow$ a velocidade escalar permanece constante
$a < 0 \Rightarrow$ o valor algébrico da velocidade escalar diminui com o decorrer do tempo

Mas, cuidado! Aceleração positiva não quer dizer, necessariamente, movimento acelerado; tampouco, aceleração negativa, movimento retardado. Para tais classificações, analisam-se, simultaneamente, os sentidos da velocidade e da aceleração escalares, assim



Sintetizando:

ACELERADO..........v e a com o mesmo sinal.
RETARDADO..........v e a com sinais contrários

EXEMPLO

A função horária das posições de um móvel é

$S = 8 + 6t - t^2$...........S.I.

Determine:

a. A função horária da velocidade.
b. O instante em que a velocidade escalar se anula.
c. A aceleração escalar.
d. O intervalo de tempo para o qual o movimento é ACELERADO.
e. O intervalo de tempo para o qual o movimento é RETARDADO.

SOLUÇÃO

$S = 8 + 6t - t^2 \Rightarrow v = ds/dt = 0 + 6.1.t^0 - 1.2.t^1 = 6 - 2t$

b. Fazendo v = o, vem $0 = 6 - 2t \Rightarrow t = 3s$

c. $v = 6 - 2t \Rightarrow a = dv/dt = 0 - 2.1t^0 = -2\ m/s^2$......constante

d. Sendo $a < 0$, para que o movimento seja ACELERADO, devemos impor $v < 0$:

$v = 6 - 2t < 0$ ou $6 < 2t$ ou $3 < t$ ou ainda $t > 3s$

Em termos de intervalo $(3,\infty)$

e. Sendo $a < 0$, para que o movimento seja RETARDADO devemos IMPOR $v > 0$:

$v = 6 - 2t > 0$ ou $6 > 2t$ ou $3 > t$ ou ainda $0 < t < 3s$

Em termos de intervalo $[0,3)$

3.5 - MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO

Um movimento no qual o móvel mantém sua aceleração escalar constante, não nula, é denominado movimento uniformemente variado. Em conseqüência a aceleração escalar instantânea a áé sempre igual à aceleração escalar média a_M.

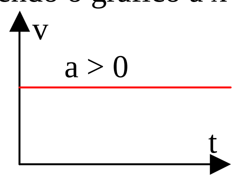
M.U.V. $\Rightarrow$ $a = a_M = \Delta v/\Delta t = \text{constante} \neq 0$.....Para qualquer forma de trajetória

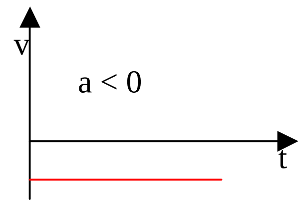
Aqui também vamos estudar somente os movimentos em trajetórias retilíneas.
No M.R.U.V. a função horária da aceleração é

$\boxed{a = \text{CONSTANTE}}$

Função Horária da Aceleração

Esta função dá a aceleração da partícula em qualquer instante.
Fazendo o gráfico a x t, temos





Agora,

$a = \Delta v/\Delta t = (v - v_o)/(t - t_0)$........onde v é a velocidade no instante t e v_0 é a velocidade no instante t_0.

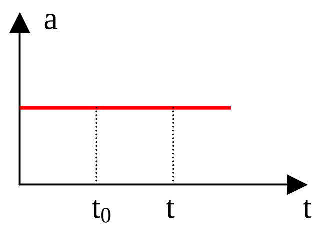
$v - v_0 = a\,(t - t_0)$ ou

$\boxed{v = v_0 + a.(t - t_0)}$

Função Horária da velocidade no M.R.U.V.

OBS:- Essa é uma função do 1º grau da forma y = f(x) = ax + b.

Poderemos obter este resultado graficamente:

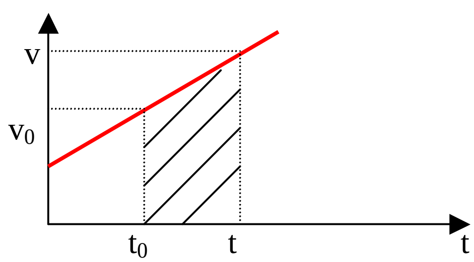


ÁREA = $a(t - t_0)$

ÁREA = $v - v_0 = \Delta v$

.

O gráfico da função horária das velocidades é uma reta, pois, esta função é do 1º grau ($\Delta v \propto \Delta t$).



A "inclinação" deste gráfico fornece-nos a aceleração.
A "área" entre os instantes t0 e t será

Área do trapézio = (B + b).h/2

Área do trapézio = $[(v + v_0)].[(t - t_0)]/2 = \Delta S = \{[v_0 + a(t - t_0) + v_0]\,[(t - t_0)]/2\}$
$= v_0\,(t - t_0) + a(t - t_0)^2/2$

$S = S_0 + v_0\,(t - t_0) + (\tfrac{1}{2})\,a\,(t - t_0)^2$.....Função horária das Posições no M.R.U.V.

RECAPITULANDO:

a x t - $\rightarrow$ área $\rightarrow$ velocidade
v x t - $\rightarrow$ área $\rightarrow$ deslocamento
v x t - $\rightarrow$ inclinação $\rightarrow$ aceleração
S x t - $\rightarrow$ inclinação $\rightarrow$ velocidade

EXEMPLO 1

A tabela abaixo mostra os valores da velocidade escalar, em função do tempo, de um móvel em M.R.V.

t(s)	0	10	20	30	40	50
v(m/s)	-7	-2	3	8	13	18

Determine:
a. a função horária da velocidade escalar
b. o instante em que o móvel muda o sentido do movimento
c. a classificação do movimento no instante t = 10s, quanto ao sentido e à variação da velocidade escalar.
d. Os diagramas a x t e v x t.
e. A função horária das Posições.
f. Os instantes em que o móvel possui na Origem.
g. As velocidades que o móvel possui na Origem
h. O diagrama S x t.

SOLUÇÃO

a. Quando $t = 0 \Rightarrow v = -7$ m/s
Fazendo $t_0 = 0 \Rightarrow v_0 = -7$ m/s
A aceleração média é:
entre 0s e 10s.......$a_M = (-2 - (-7))/10 = 5/10 = 0{,}5$ m/s^2
entre 10s e 20s.......$a_M = (3 - (-2))/10 = 5/10 = 0{,}5$ m/s^2
entre 20s e 30s.......$a_M = (8 - 3)/10 = 5/10 = 0{,}5$ m/s^2
entre 30s e 40s.......$a_M = (13 - 8)/10 = 5/10 = 0{,}5$ m/s^2
entre 40s e 50s.......$a_M = (18 - 13)/10 = 5/10 = 0{,}5$ m/s^2

A aceleração média manteve-se constante $\Rightarrow$ MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO.

A função horária da velocidade é : $v = v_0 + a(t - t_0) \Rightarrow v = -7 + 0{,}5t$

b. No instante em que o móvel faz a mudança de sentido, a velocidade escalar instantânea é nula (v = 0).

$0 = -7 + 0{,}5t \quad \Rightarrow 0{,}5t = 7 \quad \Rightarrow t = 14s$

c. Quando t = 10s, a velocidade escalar é de -2m/s e a aceleração escalar é de 0,5 m/s^2

$v << 0$ e $a >> 0$ (sinais opostos) $\Rightarrow$ movimento retrógrado retardado.

Em 14,0 s ele pára!

d.

e. Colocando a origem O em $t_0 = 0$ e $v = -7$ m/s temos que $S_0 = 0$.
A função horária das posições é:
$S = S_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)/2 = -7t + (0,5/2)t^2$
f. Quando o móvel passa pela origem temos $S = 0$
$0 = -7t + 0,25t^2 = (-7 + 0,25t)t \Rightarrow t = 0$ e $-7 + 0,25t = 0$ ou $t = 28s$
g. Em $t = 0$ $v_0 = -7$ m/s
h.

t = 0.......S = 0 partida
t = 10......S = -45m
t = 14......S = -49m virada
t = 20......S = -40m
t = 30......S = 15m
a 0 concavidade para cima
a 0 concavidade para baixo

OBS:- As funções do 2º grau tem concavidade de acordo com o sinal da constante junto do termo quadrático!

EXEMPLO 2

Uma partícula obedece à função horária:
$S = -30 + 5t + 5t^2$..........S.I.
Determine:
a. O instante em que passa pela origem.
b. A função da velocidade escalar
c. O instante em que muda de sentido.
d. a velocidade escalar média entre 0 e 3s.

SOLUÇÃO

a. Na origem, $S = 0$.....$0 = -30 + 5t + 5t^2$ ou $t^2 + t - 6 = 0$
$\Delta = 12 - 4.1.(-6) = 25$
$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$
$t = (-1 \pm 5)/2$ $t_1 = 2s$
$t_2 = -3s$...impossível (o tempo não pode ser negativo!)
b. Por comparação:
$S = S_0 + v_0(t - t_0) + a(t - t_0)^2/2$
$S = -30 + 5 \quad t \quad + \quad 5 \; t^2$
$S_0 = -30m$ $v_0 = 5$ m/s $t_0 = 0$ $a = 2 . 5 = 10$ m/s^2
$v = v_0 + a(t - t_0) \Rightarrow v = 5 + 10t$
c. A mudança de sentido ocorre em $v = 0$
$0 = 5 + 10t \Rightarrow t = -0,5s$ mas isto não pode acontecer, logo a partícula não muda de sentido.
d. Para $t_0 = 0$......$S_0 = -30m$
$t = 3s$......$S = -30 +15 +45 = 30m$
$V_M = (S - S_0)/(t - t_0) = (30 - (-30))/3 = 20$ m/s

3.6 - EQUAÇÃO DE TORRICELLI

O deslocamento, a velocidade e a aceleração escalares, num M.U.V., podem ser relacionadas numa única expressão, independentemente do tempo. Tal expressão, denominada equação de Torricelli é deduzida como segue:

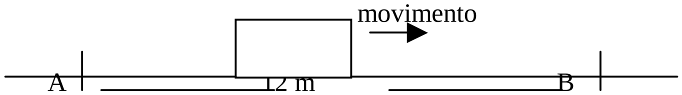
$S = S_0 + v_0(t - t_0) + (1/2)\ a\ (t - t_0)^2$
$S - S_0 = v_0(t - t_0) + (1/2)\ a\ (t - t_0)^2$

Como
$v = v_0 + a\ (t - t_0)$ temos $(t - t_0) = (v - v_0)/a$.
Assim,
$S - S_0 = v_0\ [(v - v_0)/a\ ] + (1/2)\ a\ [(v - v_0)/a]^2$
$S - S_0 = (v_0\ v - v_0^2)/a + (1/2)\ a\ ((v^2 - 2\ v\ v_0 + v_0^2)/a^2)$
$2\ a\ (S - S_0) = v^2 - v_0^2$ ou

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2\ a\ (S - S_0) \quad \text{Equação de Torricelli}}$$

EXEMPLO

O carrinho da figura é assimilável a uma partícula. Ao passar por A sua velocidade escalar era 8,0 m/s. Durante o percurso AB, ele manteve aceleração escalar constante e igual a -2,0 m/s^2. Adote t = o no instante em que ele passa por A.



Determine:
a. o instante de inversão do sentido do movimento.
b. a velocidade escalar ao passar por B. Discuta as duas soluções.

SOLUÇÃO

a. Determinação do instante de inversão.
Observemos que o movimento inicial do carrinho é retardado, o que implica que sua velocidade escalar vai se anular, ocorrendo a inversão do sentido de movimento:
$$v = v_0 + a\ (t - t_0)$$
Em A temos v_0 = 8,0 m/s. Sendo a = -2,0 m/s^2, vem:
$v = 8 - 2t \qquad 0 = 8 - 2t \qquad t = 4,0\ s$
este é o instante de inversão.
b. Determinação da velocidade escalar ao passar por B. Usemos a equação de Torricelli
$v^2 = v_0^2 + 2\ a\quad S$
$v^2 = 8^2 + 2\ (-2)\ 12 = 64 - 48 = 16 \qquad v = \ 4\ m/s$

Discussão dos sinais:
Orientemos a trajetória positivamente de A para B. Tem-se velocidade escalar positiva quando o móvel passar por B, com sentido de A para B

Tem-se velocidade escalar negativa quando o móvel passar por B, com sentido de B para A

3.7 - QUEDA LIVRE

Quando um corpo é lançado para cima ou abandonado em queda para o solo, nas proximidades da superfície da Terra, ele fica sujeito a uma aceleração constante, orientada sempre para baixo. Tal aceleração, chamada aceleração da gravidade, será estudada posteriormente em detalhes no capítulo sobre Gravitação.

O valor da aceleração da gravidade g varia de acordo com a latitude e a altitude do local. Mas, durante o decorrer de um fenômeno de curta duração, como os que analisaremos neste capítulo, a aceleração é tomada como constante, cujo valor é:

$$g = 9{,}80665 \text{ m/s}^2 .$$

Medida ao nível do mar, num local de latitude 45º, denominada valor normal da aceleração da gravidade.

Arredondando, temos

$$g = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \text{ ou ainda } g = 10 \text{ m/s}^2.$$

Um arremesso de um corpo, com velocidade inicial na direção vertical, recebe o nome de lançamento vertical. A trajetória descrita pelo móvel é retilínea vertical e o movimento é classificado como uniformemente variado, devido à aceleração constante, desprezados os efeitos do ar.

Conclui-se, então, que o movimento é retardado na subida e acelerado na descida, mudando de sentido ao atingir a altura máxima.

Há duas possibilidades para a orientação da trajetória, conforme as conveniências. A seguir, elas são apresentadas com as respectivas equações, em que o espaço S é trocado pela altura h e a aceleração escalar a, pela aceleração da gravidade g:

$$h = h_0 + v_0 (t - t_0) - (1/2)\, g\, (t - t_0)^2$$
$$v = v_0 - g\, (t - t_0)$$
$$v^2 = v_0^2 - 2\, g\ \ h$$

$$h = h_0 + v_0 (t - t_0) + (1/2)\, g\, (t - t_0)^2$$
$$v = v_0 + g\, (t - t_0)$$
$$v^2 = v_0^2 + 2\, g\ \ h$$

A expressão "queda livre", utilizada com freqüência, refere-se a um movimento de descida, livre dos efeitos do ar; é, portanto, um M.U.V. acelerado sob a ação da aceleração da gravidade nas proximidades da superfície da Terra. A resolução de problemas de queda livre é feita usando-se as mesmas equações do movimento resultante de um lançamento vertical.

EXEMPLO

Um corpo é arremessado verticalmente para cima, do solo, com velocidade escalar de 30 m/s. Desprezando-se os efeitos do ar e adotando $g = 10\ m/s^2$, determine:

a. as funções horárias $h = f(t)$ e $v = f(t)$.
b. O tempo de subida.
c. a altura máxima do movimento.
d. o instante de chegada ao solo.
e. a velocidade escalar ao voltar ao solo