Estatística Aplicada à Educação

Prof. Bertolo

Medidas de Resumo– p. 79

Mensuração - é o processo do qual resulta uma **medida**.

Medida – é o valor (número) resultante da mensuração.

Medir algo é atribuir um número.

Há 4 níveis de medidas:

Os níveis de medidas

Níveis	Variáveis
1º nível	Nominal, pois, apesar de expressa em números, é apenas um nome. Exemplos: número de telefone, RG, CIC, CPF etc. Esses números não são objetos de operações matemáticas.
2º nível	Ordinal, quando os itens podem ser colocados em ordem de grandeza. As notas escolares são um bom exemplo desse nível.
3º nível	Intervalar. Aqui, faz sentido quantificar. Na escala intervalar, *adição* e *subtração* são permitidas (mas *multiplicação* e *divisão* não). Escalas termométricas são um bom exemplo.
4º nível	Racional ou de razão. Nesse nível, *todas as operações matemáticas* são permitidas. Medidas tomadas com régua, fita métrica, balança, litro são bons exemplos, pois o *medido* corresponde ao *real* e não a uma correspondência.

Quadro 3: Níveis de medidas
Fonte: COSTA (2004, p.36-40).

Uma breve discussão desses Níveis

Pelos níveis de medidas acima, é fácil notar que um professor, ao atribuir uma nota bimestral a um aluno, está, na verdade, lidando com uma variável **ordinal**. Assim, ele está, apenas, indicando em uma escala, por exemplo, de 0 a 10, onde o aluno se encontra. Essa nota bimestral não é, portanto, uma medida **racion**al, isto é, não possui a qualidade de uma medida obtida com uma fita métrica onde o resultado expressa a realidade.

Além disso, ao final do ano, os professores costumam tirar média das notas bimestrais. Isso é matematicamente sem sentido, pois, as notas não são reais, isto é, não representam a totalidade do conhecimento do aluno. Sendo assim, a matemática não autoriza a operação com variáveis *ordinais*.

Os professores costumam tirar média de notas. Por tradição e desconhecimento, não sabem que a Matemática não autoriza esse tipo de cálculo. Imagine que a nota de um aluno no 1º bimestre seja 5, o que isso significa? Significa que no processo de mensuração a resultante pode ser expressa pelo número 5 (medida). Isto é, numa escala de 0 a 10, o aluno pode ser colocado no posto 5. Somente isso, trata-se de uma variável ordinal, pois, pode ser colocado em uma ordem (ordem 5, na escala de 0 a 10). Não tem significado algum realizar operações com as notas do 1º e 2º bimestre para produzir uma resultante final. (COSTA, 2004).

Esse é um problema que, a meu ver, tarda em ser enfrentado. Mas fique sabendo que "existe, hoje, embora com pouca divulgação entre nós, uma teoria capaz de dar conta dos problemas apontados: trata-se da Teoria de Resposta ao Item (TRI), extremamente complexa e fortemente dependente de conhecimentos probabilísticos. Pouco a pouco, essa teoria vai ganhando espaço, graças, entre outros fatores, à rápida evolução de recursos computacionais. Em países como Estados Unidos, Holanda e Espanha, a TRI já conta com forte adesão" (COSTA, 2004, p. 40).

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) já possui vasta aplicação no Brasil. Consulte o endereço eletrônico abaixo, para ver a aplicação da TRI na produção de indicadores socioeconômicos. http:// www.scielo.br/pdf/pope/v25n1/24252.pdf

Estudo das Medidas

As medidas podem ser divididas em:

a) **medidas de tendência central** (média, moda e mediana);

b) **medidas de dispersão** (desvio-padrão e coeficiente de variação);

c) **medidas de posição** (*quartis*, *decis* e *percentis*).

Como a finalidade dessas medidas é resumir as informações, essas medidas são chamadas **medidas de resumo**. Por essa razão, a *média*, por exemplo, é um valor que resume as informações de um conjunto maior de dados. Por exemplo, "quando um jornalista diz na TV que o salário médio do brasileiro é algo que gira em torno de R$ 450,00 é porque muitos salários foram considerados, em todo o país, e o valor de R$ 450,00 expressa esse conjunto de salários." (PEREIRA, 2004, p. 11).

O que faremos de agora em diante...

Começaremos com as *medidas de tendência central*; nessa parte, *seção 2*, estudaremos a *média* e a *média aritmética ponderada*, a *mediana*, a *moda* e, por fim, a *relação entre média, mediana e moda*. Depois, na *seção 3*, estudaremos as *medidas de dispersão*, especialmente, os conceitos de *dispersão* e *variação*, *desvio padrão* e *coeficiente de variação*.

Por último, na *seção 4*, estudaremos as *medidas de posição* conhecidas como *quartis*, *decis* e *percentis*.

Comecemos a nossa viagem...

Medidas de Tendência Central

*A **média** é a mais importante das medidas estatísticas.*

A média é um valor típico de um conjunto de dados que tende a se localizar em um ponto central. Por essa razão, medidas com essa tendência são também denominadas **medidas de tendência central**. Vários tipos de médias podem ser definidos, sendo as mais comuns a **média aritmética**, a **média aritmética ponderada**, a **mediana** e a **moda**

Média Aritmética

Para se calcular a **média aritmética**, ou simplesmente média, de um conjunto depende do tipo de dados. Para **dados não agrupados** é muito simples. Observe o exemplo:

As notas de um estudante em seis provas foram 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,8. Determinar a média aritmética das notas.

Solução:

$$\textit{Média Aritmética} = \frac{8{,}4 + 9{,}1 + 7{,}2 + 6{,}8 + 8{,}7 + 7{,}8}{6} = \frac{48}{6} = 8{,}0$$

Observe que, na prática, o que realizamos foi *somar todas as notas* (48) e dividir pela *quantidade total de notas* (6).

Média Aritmética cont...

Já que os números servem para "resumir" as informações, que tal diminuir a quantidade de dados por meio de fórmulas?

Estatísticos e matemáticos gostam muito de fórmulas. Isso se deve ao fato de elas "economizarem" quantidade de informações. Eles são muito práticos.

Assim, ao invés de escreverem *"média aritmética"*, na resolução de um exercício, eles utilizam a letra "x", com uma barra em cima ($\bar{x}$); cada elemento do conjunto eles chamam de *"x_i"*; todos os elementos, *"n"* e, para representarem uma soma de todos os elementos de um conjunto, eles utilizam o símbolo chamado *"somatório"* (Σ).

Dessa maneira, a fórmula para a *média aritmética* fica assim representada:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}, \text{ onde } \begin{cases} \bar{x} = \text{Média Aritmética} \\ x_i = \text{Valores da Variável} \\ \sum x_i = \text{Soma Total dos Valores da Variável} \\ n = \text{Número Total de Valores} \end{cases}$$

Média Aritmética Exemplo do uso da fórmula

Vamos realizar outro exercício para *dados não-agrupados* utilizando, desta vez, a Fórmula 1. Considere as aprovações na disciplina de matemática do professor João, de uma turma, nos últimos anos, representadas na série histórica abaixo:

Total de aprovados em matemática – Professor João

2001	2002	2003	2004	2005
35	38	32	40	37

Pergunta-se: qual a média aritmética dos aprovados nessa disciplina, no período considerado?

Solução:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{35+38+32+40+37}{5} = 36{,}4$$

Então, $\bar{x} = 36{,}4$.

Você notou que não existe o número 36,4 no conjunto de dados? Quando isso acontece, dizemos que a média **não tem existência concreta.**47 *O que esse valor significa?*
Significa que, considerando todas as grandezas, dentro do conjunto de dados ordenados, esse valor tende a uma posição central, por isso, a média é uma medida de tendência central.

Média Aritmética de Dados Agrupados

Vejamos, agora, como se calcula a média aritmética para **dados agrupados**. *Os dados agrupados podem se apresentar sem intervalos de classe ou com intervalos de classes*.

Vamos calcular a média aritmética para dados agrupados **sem intervalos de classe**. *Considere a distribuição de freqüência relativa a 34 famílias de quatro filhos, tomando como variável o número de filhos do sexo masculino,49 abaixo.*

Número de filhos do sexo masculino

Nº de meninos	Freqüência (f_i)
0	2
1	6
2	10
3	12
4	4
	$\sum = 34$

Dessa forma, as freqüências são indicadoras da *intensidade* de cada valor da variável número de meninos. Esse é um caso de **ponderação,** o que nos leva a calcular a **média aritmética ponderada**, porque cada variável possui intensidade diferente.

Para o cálculo da média, precisaremos de outra Fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}, \text{ onde } \begin{cases} \bar{x} = \text{Média Aritmética} \\ x_i = \text{Valores da Variável} \\ f_i = \text{Freqüência} \\ x_i f_i = \text{Ponderação} \end{cases}$$

Média Aritmética de Dados Agrupados

O modo mais prático para calcular uma média ponderada é construir na Tabela de Distribuição de Freqüência mais uma coluna com os produtos “no de meninos” vezes “freqüência” (ou, segundo a fórmula, $x_i f_i$). Veja:

Número de filhos do sexo masculino

Nº de meninos	Freqüência (f_i)	$x_i f_i$
0	2	0
1	6	6
2	10	20
3	12	36
4	4	16
	$\sum = 34$	$\sum = 78$

Agora ficou fácil. Temos, então, que:

$$\sum x_i f_i = 78 \text{ e } \sum f_i = 34$$

Logo, pela Fórmula 2:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{78}{34} = 2,29 \Rightarrow \bar{x} = 2,3$$

A média de 2,3 nos indica que as famílias têm em média 2 meninos e 2 meninas, sendo que existe uma tendência geral de uma leve superioridade numérica dos meninos em relação ao número de meninas.

Média Aritmética de Dados Agrupados

vamos calcular a média aritmética para *dados agrupados* **com intervalos de classes**. Quando os dados são apresentados em uma distribuição de freqüência, todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são considerados coincidentes com o ponto médio do intervalo.52 Para o cálculo da média aritmética ponderada, utilizamos a Fórmula 2:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$, *onde xi é o ponto médio da classe.*

Dessa forma, o raciocínio é o mesmo para a média aritmética ponderada sem intervalos de classe.

Média Aritmética de Dados Agrupados-Exemplo

Vamos realizar um exercício. Você se lembra do professor Paulo? Bem, vamos retornar às notas dos alunos dele.

Notas dos alunos do professor Paulo

Notas	f_i	x_i	$x_i f_i$
0 a 2	30	1	30
2 a 4	28	3	84
4 a 6	28	5	140
6 a 8	37	7	259
8 a 10	45	9	405
	$\sum = 168$		$\sum = 918$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{918}{168} = 5,46 \Rightarrow \bar{x} = 5,5$$

E o que mudou de lá para cá? Bem, a média das notas do professor sendo 5,5, indica que praticamente, metade dos alunos do professor estão com notas abaixo de 5,0, com uma tendência para notas acima de 5,0. Ora, isso não parece tão satisfatório, não é mesmo? Diante disso, não é ilícito afirmar que o professor Paulo precisa rever seus processos de mensuração.

Exercício

Calcule a média dos acidentes de trânsito, na Região Centro-Oeste, em 2002.

Unidade da Federação	Vítimas de acidentes
Distrito Federal	11.256
Brasília	6.747
Goiás	22.383
Goiânia	9.567
Mato Grosso	-
Cuiabá	-
Mato Grosso do Sul	7.346
Campo Grande	3.071

Exercícios da Prova 3ª Questão

1. Complete a distribuição de freqüências abaixo, determinando as freqüências simple e determine a médias:

i	X_i	f_i	F_i
1	2	...	2
2	3	...	9
3	4	...	21
4	5	...	29
5	6	...	34
Total		**34**	

2. Conhecidas as notas de 50 alunos:

84	68	33	52	47	73	68	61	73	77
74	71	81	91	65	55	57	35	85	88
59	80	41	50	53	65	76	85	73	60
67	41	78	56	94	35	45	55	64	74
65	94	66	48	39	69	89	98	42	54

Obtenha a distribuição de freqüência, tendo 30 para limite inferior da primeira classe e 10 para o intervalo de classe e obtenha a Média

3. Conhecidas as notas de 50 alunos:

6	5	2	6	4	3	6	2	6	5
1	6	3	3	5	1	3	6	3	4
5	4	3	1	3	5	4	4	2	6
2	2	5	2	5	1	3	6	5	1
5	6	2	4	6	1	5	2	4	3

Forme uma distribuição de freqüências sem intervalo de classe e encontre a média

Exercícios da Prova 3ª Questão

4. Considerando as notas de um teste de inteligência aplicado a 100 alunos:

64	78	66	82	74	103	78	86	103	87
73	95	82	89	73	92	85	80	81	90
78	86	78	101	85	98	75	73	90	86
86	84	86	76	76	83	103	86	84	85
76	80	92	102	73	87	70	85	79	93
82	90	83	81	85	72	81	96	81	85
68	96	86	70	72	74	84	99	81	89
71	73	63	105	74	98	78	78	83	96
95	94	88	62	91	83	98	93	83	76
94	75	67	95	108	98	71	92	72	73

Forme uma tabela de distribuição de freqüências e encontre a média.

5. Complete a tabela abaixo e encontre a média:

i	classes	f_i	fr_i	F_i	FR_i
1	0 |---- 8	4	...	...	...
2	8 |---- 16	10	...	...	...
3	16 |---- 24	14	...	...	...
4	24 |---- 32	9	...	...	...
5	32 |---- 40	3	...	...	...
Total		**40**	**1,00**		

Exercícios da Prova 3ª Questão

9. Complete os dados que faltam na distribuição de freqüência:

i	x_i	f_i	fr_i	F_i
1	0	1	0,05	...
2	1	...	0,15	4
3	2	4	...	...
4	3	...	0,25	13
5	4	3	0,15	...
6	5	2	...	18
7	6	...	...	19
8	7	...	...	...
Total		**20**	**1,00**	

i	classes	x_i	f_i	fr_i	F_i
1	0 |---- 2	1	4	0,04	...
2	2 |---- 4	...	8	...	...
3	4 |---- 6	5	...	0,18	30
4	...	7	27	0,27	...
5	8 |---- 10	...	15	...	72
6	10 |---- 12	...	...	...	83
7	...	13	10	0,10	93
8	14 |---- 16	...	...	0,07	...
Total					